

# РАСЧЕТ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ КИНЕТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ МАССОПЕРЕНОСА ЧЕРЕЗ ИОНООБМЕННЫЕ МЕМБРАНЫ НА ОСНОВЕ ФРИКЦИОННОЙ ТЕОРИИ

К. В. Шестаков

Кафедра «Механика и инженерная графика», [kostyanshestakov@mail.ru](mailto:kostyanshestakov@mail.ru);  
ФГБОУ ВО «ТГТУ», Тамбов, Россия

**Ключевые слова:** коэффициенты трения; массоперенос; математическая модель; программный комплекс; промышленные растворы; электродиализ.

**Аннотация:** Проведены расчет и прогнозирование кинетических параметров процесса разделения растворов с помощью усовершенствованной математической модели, описывающей массоперенос через ионообменную мембрану при применении электродиализа. Установлено, что с увеличением электрического потенциала происходит увеличение значений фрикционного коэффициента  $f_{+m}$  для всех исследуемых растворов, которое варьируется в пределах 5 – 20 % на всем интервале прикладываемого к мембранной системе напряжения; по полученным аппроксимационным зависимостям фрикционных коэффициентов от приложенного напряжения можно найти значения потока вещества через ионообменную мембрану, используемые для прогнозирования кинетических характеристик и расчета электромембранных установок.

## Обозначения

$F_i$ – движущая сила (электрохимический потенциал) к 1 моль частиц $i$ , Н/моль;	$m$ – мембрана;
$F_{ij}$ – сила внутреннего фрикционного взаимодействия между частицами $i$ и $j$ в единице объема, Н/м <sup>3</sup> ;	$n_{ij}$ – нормированный фрикционный коэффициент, Н·с·м <sup>2</sup> /моль <sup>2</sup> ;
$J_i$ – плотность потока частиц $i$ , моль/(м <sup>2</sup> ·с).	$v_i$ – абсолютная скорость движения частиц $i$ , м/с;
$\bar{c}_i$ – концентрация частиц $i$ в 1 единице объема системы, моль/м <sup>3</sup> ;	$v_j$ – абсолютная скорость движения частиц $j$ , м/с;
$f_{ij}$ – коэффициент трения, Н·с/(моль·м);	$\omega$ – частицы растворителя;
	+ – катионы;
	– – анионы

Последние десятилетия остро стоит проблема очистки промышленных растворов на предприятиях химических и гальванических производств [1 – 3]. В первую очередь это связано с тем, что производство таких предприятий включает множество химико-технологических операций с образованием после них стоков, содержащих опасные для природы загрязнители. Кроме того, в настоящее время извлекается лишь 15 – 20 % от общего количества ценных металлов в стоках, которые можно было бы использовать повторно. Отсюда вытекает необходимость разработки технологического оформления электромембранного оборудования для промышленных предприятий [1, 2]. В данный момент разрабатывается гибкий аппаратно-программный комплекс, обеспечивающий получение и анализ

исходных данных для проектирования, который позволит значительно облегчить и автоматизировать процесс прогнозирования технологических параметров процесса электрохимического разделения, а вследствие этого облегчить и разработку очистных систем требуемой мощности. Общая схема функционирования программного комплекса представлена на рис. 1. Разработка программного комплекса осуществляется на основе фрикционной теории переноса веществ через мембрану.

Цель работы – расчет и прогнозирование кинетических параметров процесса разделения растворов с помощью усовершенствованной математической модели, которая описывает массоперенос через ионообменную мембрану при применении электродиализа.

Математическая модель электродиализного разделения промышленных растворов на основе фрикционной теории заключается том, что в рассматриваемой системе все компоненты перемещаются относительно друг друга под действием некоторых внешних сил, осуществляя взаимное трение, в результате чего образуются фрикционные силы  $F_{ij}$ . При этом все частицы движутся с постоянной скоростью, а в системе наблюдается баланс внешних сил и сил трения:

$$F_{ij} = -\bar{c}_i f_{ij} (v_i - v_j); \quad (1)$$

$$\bar{c}_i F_i + \sum F_{ij} = 0, \quad (2)$$

где  $F_{ij}$  – сила внутреннего фрикционного взаимодействия между частицами  $i$  и  $j$  в единице объема, Н/м<sup>3</sup>;  $\bar{c}_i$  – концентрация частиц  $i$  в 1 единице объема системы, моль/м<sup>3</sup>;  $f_{ij}$  – коэффициент трения, Н·с·моль<sup>-1</sup>·м<sup>-1</sup>;  $v_i$  и  $v_j$  – абсолютные скорости движения частиц соответственно  $i$  и  $j$ , м/с;  $F_i$  – движущая сила (электрохимический потенциал) к 1 моллю частиц  $i$ , Н/моль.

На рисунке 2 представлена схема массопереноса через катионообменную мембрану в процессе электродиализного разделения.

Согласно предлагаемой модели взаимодействие всех приложенных к частицам сил в рассматриваемом объеме можно описать системой уравнений:

$$\begin{cases} \bar{c}_+ F_+ - \bar{c}_+ f_{+-} (v_+ - v_-) - \bar{c}_+ f_{+\omega} (v_+ - v_\omega) - f_{+m} J_+ = 0; \\ \bar{c}_- F_- - \bar{c}_- f_{-+} (v_- - v_+) - \bar{c}_- f_{-\omega} (v_- - v_\omega) - f_{-m} J_- = 0; \\ \bar{c}_\omega F_\omega - \bar{c}_\omega f_{\omega+} (v_\omega - v_+) - \bar{c}_\omega f_{\omega-} (v_\omega - v_-) - f_{\omega m} J_\omega = 0; \\ \bar{c}_m F_m - \bar{c}_m f_{m+} v_+ - \bar{c}_m f_{m-} v_- - \bar{c}_m f_{m\omega} v_\omega = 0. \end{cases} \quad (3)$$



Рис. 1. Общая схема функционирования программного комплекса

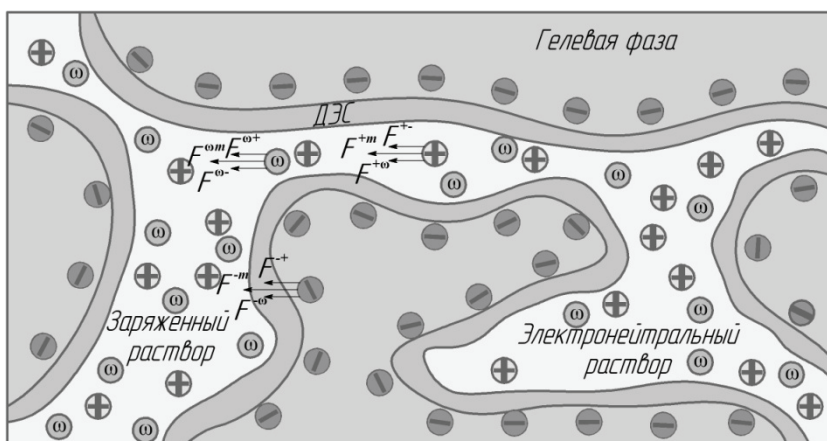


Рис. 2. Структурная схема массопереноса через катионообменную мембрану в процессе электродиализного разделения

В данной системе неизвестны 12 коэффициентов трения между составляющими компонентами (катионами, анионами, растворителем и мембраной):  $f_{+-}$ ,  $f_{-+}$ ,  $f_{+\omega}$ ,  $f_{\omega+}$ ,  $f_{+m}$ ,  $f_{m+}$ ,  $f_{-\omega}$ ,  $f_{\omega-}$ ,  $f_{-m}$ ,  $f_{m-}$ ,  $f_{\omega m}$ ,  $f_{m\omega}$ . Однако перекрестные коэффициенты трения могут быть выражены друг через друга за счет равенства перекрестных нормированных коэффициентов  $n_{ij}$  и  $n_{ji}$ , входящих в их состав ( $f_{ij} = c_j n_{ij}$ ). При этом следует отметить, что изначальное число неизвестных коэффициентов больше числа независимых уравнений, что требует некоторых допущений, к которым можно отнести следующие [3]:

– в рассматриваемой системе силы трения между катионами и анионами ничтожно малы, что ими можно пренебречь;

– между коэффициентами трения  $f_{+\omega}$  и  $f_{-\omega}$  есть некоторая взаимосвязь, заключающаяся в том, что ионы растворенных веществ с различной молярной массой при прочих равных условиях будут по-разному скользить относительно ионов и молекул растворителя, так как сила трения скольжения прямо пропорциональна прижимающей силе (силе реакции опоры). Следовательно, через соотношение молярных масс катионов и анионов можно выразить соотношение и коэффициентов  $f_{-\omega} = f_{+\omega}(M_-/M_+)$ .

Для того чтобы окончательно решить систему уравнений (3) и рассчитать коэффициенты трения, необходимо также определить те внешние силы, которые входят в электрохимический потенциал и обуславливают движение частиц.

При электродиализе процесс растворенные частицы движутся через мембрану вследствие диффузионного и электродиффузионного потоков, а перенос растворителя обеспечивается электроосмотическим и осмотическим потоками [4]. Поэтому в случае электродиализа движущие силы для растворенных веществ и растворителя можно определить следующим образом:

$$F_+ = -\frac{d\mu_+}{dx} = -RT - \frac{d(\ln a_+)}{dx} - z_+ F \frac{d\phi}{dx}; \quad (4)$$

$$F_- = -\frac{d\mu_-}{dx} = -RT - \frac{d(\ln a_-)}{dx} - z_- F \frac{d\phi}{dx}; \quad (5)$$

$$F_{\omega} = -\frac{d\mu_{\omega}}{dx} = -RT - \frac{d(\ln a_{\omega})}{dx} - \frac{\bar{c}_{\omega}\varepsilon\varepsilon_0\xi_0 d\varphi}{L_{\omega}\eta dx} z_+ F \frac{d\varphi}{dx}, \quad (6)$$

где  $\mu_+$ ,  $\mu_-$  и  $\mu_{\omega}$  – электрохимический потенциал относительно растворенного вещества и растворителя соответственно,  $\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{моль}^{-1}$ ;  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $\text{м}^2\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}\cdot\text{моль}^{-1}$ ;  $T$  – температура,  $\text{К}$ ;  $a_+$ ,  $a_-$  и  $a_{\omega}$  – активности катионов, анионов и частиц растворителя соответственно;  $z_+$ ,  $z_-$  – заряды катионов и анионов;  $F$  – постоянная Фарадея,  $\text{Кл}\cdot\text{моль}^{-1}$ ;  $\varphi$  – электрический потенциал,  $\text{В}$ ;  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость растворителя;  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная,  $\text{Ф}\cdot\text{м}^{-1}$ ;  $\xi_0$  – потенциал у стенок мембраны,  $\text{В}$ ;  $\eta$  – динамическая вязкость растворителя,  $\text{Н}\cdot\text{с}\cdot\text{м}^{-2}$ ;  $L_{\omega}$  – диагональный коэффициент проводимости растворителя,  $\text{моль}^2\cdot\text{с}^{-1}\cdot\text{Дж}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$ .

Граничные условия для электродиализного процесса разделения:

$$\begin{cases} c(0) = c_{\text{н}}, c(x) = c_{\text{к}}; \\ \varphi(0) = \varphi_{\text{н}}, \varphi(x) = \varphi_{\text{к}}. \end{cases} \quad (7)$$

Интерес в ходе выполнения данной работы представляет коэффициент  $f_{+m}$ , характеризующий трение катионов металлов о поверхность (гелевую фазу) ионообменной мембраны при их движении. Расчетное уравнение для него не зависит от других коэффициентов трения

$$f_{+m} = \frac{2\bar{c}_+F_+ + 3\bar{c}_-F_- + \bar{c}_{\omega}F_{\omega}}{2J_+}. \quad (8)$$

Также исследован коэффициент трения между катионами и растворителем  $f_{+\omega}$

$$f_{+\omega} = \frac{\bar{c}_+F_+ + \bar{c}_+\nu_+[(2\bar{c}_+F_+ + 3\bar{c}_-F_- + \bar{c}_{\omega}F_{\omega})/2J_+]}{\bar{c}_+(\nu_+ - \nu_{\omega})}. \quad (9)$$

Для расчета коэффициентов трения необходимо провести ряд экспериментальных исследований. С этой целью использованы три однокомпонентных водных раствора, содержащих растворенные вещества  $\text{CuSO}_4\cdot 5\text{H}_2\text{O}$  (ч.),  $\text{Fe}(\text{NO}_3)_3\cdot 9\text{H}_2\text{O}$  (ч.) и  $\text{Ni}(\text{NO}_3)_2\cdot 6\text{H}_2\text{O}$  (ч.) с концентрацией, аналогичной реальным промышленным растворам (160 мг/л для каждого металла).

Процесс разделения проводили на лабораторной электродиализной установке (рис. 3) с применением пакета чередующихся ионообменных мембран МК-40Л и МА-41П производства АО «Щекиноазот» (Россия). Установка включала в себя электродиализную ячейку и три подключенных к ней независимых линий циркуляции растворов (по одной линии для дилуата, концентрата и приэлектродного раствора). Ячейку собирали из уложенных в определенном порядке анионо- и катионообменных мембран с активной площадью  $306,25 \text{ см}^2$  каждая, полимерных прокладок, двух плит корпуса с каналами ввода и вывода растворов, двух электродов, входных и выходных штуцеров.

Исходные растворы заливали в емкость дилуата 1. В аналогичные емкости в линиях концентрата и приэлектродного раствора заливали дистиллированную воду. Начальный объем растворов в каждой из трех емкостей составлял 5 л. Из исходных емкостей с помощью мембранных пневматических насосов 2 марки Fluimas по соответствующим линиям подавались растворы к электродиализной

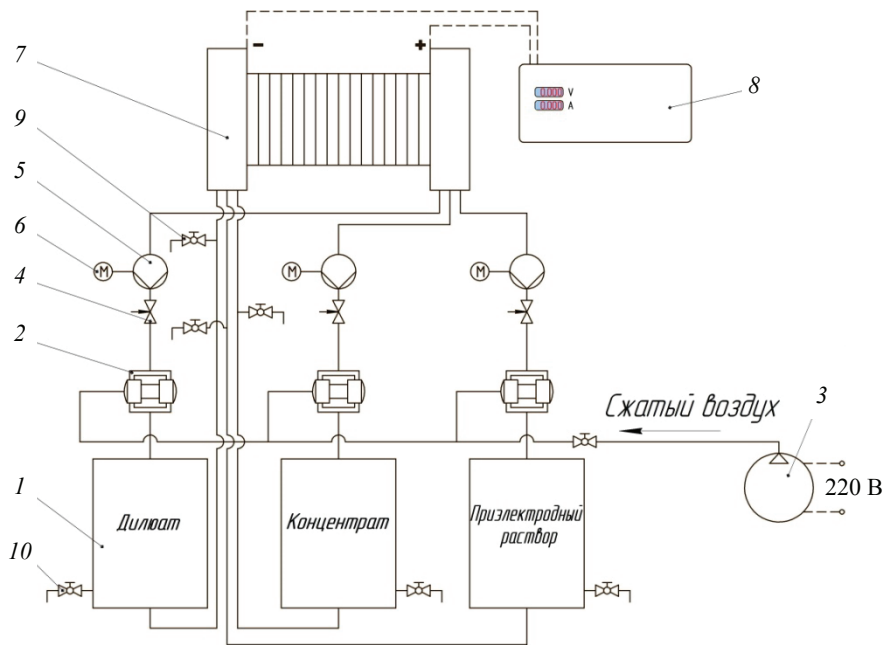


Рис. 3. Электродиализная установка

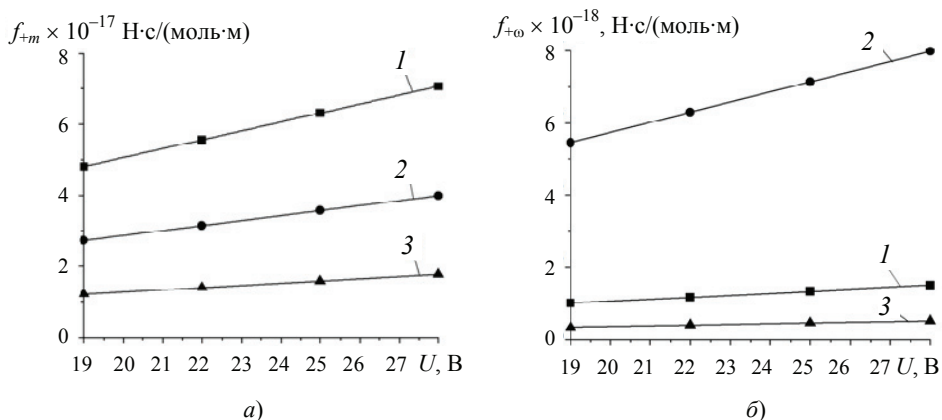
ячейке 7. Работа насосов обеспечивалась подачей сжатого воздуха масляным компрессором 3. Циркуляцию растворов в каждой линии регулировали контрольными клапанами 4, расходомерами 5 и манометрами 6. Подачу напряжения к электродиализной ячейке осуществляли с помощью лабораторного источника питания 8. Сбор образцов для анализа проводили с помощью выпускных кранов 9, а слив отработанных растворов – с помощью выпускных кранов 10.

Разделение каждого раствора проводилось при напряжениях 19, 22, 25, 28 В. Данные величины напряжения предварительно определены в процессе исследования вольтамперных характеристик мембранной системы МК-40Л/МА-41П. Исходные растворы заливались в камеру для дилуата. Во время эксперимента замерялась концентрация растворенных веществ в камерах для концентрата и дилуата в целях дальнейшего определения значений плотности потока ионов через мембрану.

В результате проведенных экспериментов по электродиализному разделению для всех растворов рассчитаны дискретные значения коэффициентов трения  $f_{+m}$ ,  $f_{+\omega}$  и проведена их аппроксимация экспоненциальной функцией вида  $y(x) = b + c \cdot e^{dx}$  с коэффициентом детерминации более 0,99 (рис. 4).

Очевидно, что с увеличением электрического потенциала происходило увеличение значений фрикционного коэффициента  $f_{+m}$  для всех исследуемых растворов. Увеличение значений фрикционных коэффициентов варьировались в пределах 5 – 20 % на всем интервале прикладываемого к мембранной системе напряжения. Наибольшие значения  $f_{+m}$  характерны для разделения раствора  $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$  – от  $4,81 \cdot 10^{17}$  до  $7,06 \cdot 10^{17}$  Н·с/(моль·м). Наименьшие значения выявлены при разделении раствора  $\text{Ni}(\text{NO}_3)_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  – от  $1,22 \cdot 10^{17}$  до  $1,78 \cdot 10^{17}$  Н·с/(моль·м).

В отличие от  $f_{+m}$  максимальные значения фрикционного коэффициента  $f_{+\omega}$  свойственны для разделения водного раствора  $\text{Fe}(\text{NO}_3)_3 \cdot 9\text{H}_2\text{O}$ . В данном случае также при увеличении прикладываемого к мембранной системе напряжения с 19 до 28 В наблюдался наиболее резкий рост значений  $f_{+\omega}$  с  $5,46 \cdot 10^{18}$

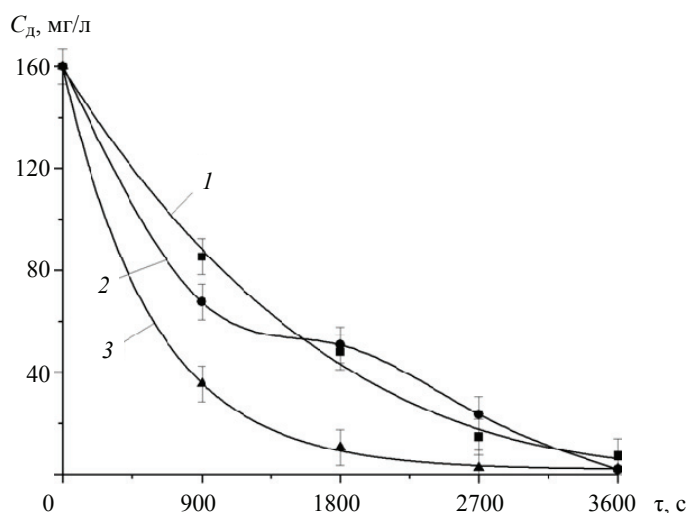


**Рис. 4. Зависимость фрикционных коэффициентов  $f_{+m}$  (а) и  $f_{+ω}$  (б) от наложенного напряжения при разделении растворов  $\text{CuSO}_4$  (1),  $\text{Fe}(\text{NO}_3)_3$  (2) и  $\text{Ni}(\text{NO}_3)_2$  (3) мембраной МК-40Л**

до  $7,98 \cdot 10^{18}$  Н·с/(моль·м). Для растворов  $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$  и  $\text{Ni}(\text{NO}_3)_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  такой рост оказался менее значительным – с  $1,03 \cdot 10^{18}$  до  $1,51 \cdot 10^{18}$  Н·с/(моль·м) и с  $3,64 \cdot 10^{18}$  до  $5,32 \cdot 10^{18}$  Н·с/(моль·м) соответственно.

Для проверки адекватности полученных фрикционных коэффициентов проведен еще один эксперимент на представленной ранее электродиализной установке в целях получения данных по изменению концентрации растворенных веществ в камере для дилуата в течение 3600 с (рис. 5).

Учитывая наименьшие значения фрикционных коэффициентов  $f_{+m}$  и  $f_{+ω}$  для катионов  $\text{Ni}^{2+}$  в процессе электродиализного разделения, очистка от данного типа катионов должна была быть выше по сравнению с катионами  $\text{Cu}^{2+}$  и  $\text{Fe}^{3+}$ .



**Рис. 5 Экспериментальные данные по изменению концентрации катионов металлов в камере дилуата  $C_d$  от времени проведения эксперимента при разделении растворов: 1 –  $\text{CuSO}_4$ ; 2 –  $\text{Fe}(\text{NO}_3)_3$ ; 3 –  $\text{Ni}(\text{NO}_3)_2$**

Это подтвердилось полученными экспериментальными данными (см. рис. 5). От катионов  $\text{Ni}^{2+}$  раствор очищается значительно быстрее, причем степень очистки либо выше, либо на таком же уровне при сравнении с очисткой от других катионов.

Из-за предельно малой водопроницаемости ионообменных мембран большее значение имеет взаимодействие катионов с мембраной, а не с растворителем, что объяснило взаимосвязь между фрикционными коэффициентами и полученными данными по очистке растворов от катионов  $\text{Cu}^{2+}$  и  $\text{Fe}^{3+}$ . Большие значения коэффициента  $f_{+m}$  для катионов  $\text{Cu}^{2+}$  выразились в меньшей степени очистки раствора от данного типа катионов по сравнению с  $\text{Fe}^{3+}$ . При этом важно отметить замедление очистки от катионов  $\text{Fe}^{3+}$  во временном интервале 900...1800 с при разделении раствора  $\text{Fe}(\text{NO}_3)_3 \cdot 9\text{H}_2\text{O}$ . Вероятно, это связано с влиянием коэффициента  $f_{+\omega}$ .

В заключение отметим, что рассчитанные значения фрикционных коэффициентов  $f_{+m}$  и  $f_{+\omega}$  хорошо соотносятся с экспериментальными данными по изменению концентрации растворенных веществ в камере для дилюата, что подтверждает адекватность представленной математической модели. По полученным аппроксимационным зависимостям фрикционных коэффициентов от приложенного напряжения можно найти значения потока вещества через ионообменную мембрану, которые возможно эффективно использовать для прогнозирования механизма массопереноса и расчета электромембранных установок.

*Работа выполнена при финансировании гранта Президента РФ для поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук № МК-4774.2022.4.*

#### *Список литературы*

1. Лепеш, Г. В. Современные методы очистки сточных вод промышленных предприятий / Г. В. Лепеш, А. С. Панасюк, А. С. Чурилин // Техничко-технологические проблемы сервиса. – 2016. – № 3 (37). – С. 14 – 23.
2. Козлова, Е. Б. Анализ проблемы очистки сточных вод от ионов тяжелых металлов / Е. Б. Козлова, Э. С. Аминова, Э. В. Нафикова // Науч. электрон. журнал Меридиан. – 2020. – № 8 (42). – С. 369 – 371.
3. Мелехин, А. А. Проблема очистки сточных вод промышленных предприятий и способ решения / А. А. Мелехин // Естественные и техн. науки. – 2021. – № 1 (152). – С. 164 – 166.
4. Some Kinetic Dependence of Electrohyperfiltration Method of Purification of Wastewater from Iron Ions / A. A. Levin, O. A. Abonosimov, S. I. Lazarev [et al.] // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2018. – Т. 24, № 2. – С. 295 – 306. doi: 10.17277/vestnik.2018.02.pp.295-306
5. Критериальные зависимости процесса массопереноса электробаромембранного разделения технологических растворов от тяжелых металлов / О. А. Абоносимов, С. И. Лазарев, И. В. Зарапина [и др.] // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2019. – Т. 25, № 3. – С. 442 – 452. doi: 10.17277/vestnik.2019.03.pp.442-452
6. Прогнозирование процесса электрохимического баромембранного разделения промышленных растворов на основе фрикционной теории / К. В. Шестаков, С. И. Лазарев, П. А. Хохлов, К. К. Полянский // Теоретические основы хим. технологии. – 2021. – Т. 55, № 6. – С. 754 – 763. doi: 10.31857/S0040357121050110
7. Заболоцкий, В. И. Перенос ионов в мембранах / В. И. Заболоцкий, В. В. Никоненко. – М. : Наука, 1996. – 392 с.

# Calculation and Prediction of Kinetic Parameters of Mass Transfer through Ion-Exchange Membranes on the Basis of Friction Theory

K. V. Shestakov

*Department of Mechanics and Engineering Graphics, kostyanshestakov@mail.ru;  
TSTU, Tambov, Russia*

**Keywords:** coefficients of friction; mass transfer; mathematical model; software package; industrial solutions; electro dialysis.

**Abstract:** Calculation and prediction of the kinetic parameters of the process of separation of solutions using an improved mathematical model describing mass transfer through the ion-exchange membrane using electro dialysis have been carried out. It has been found that with an increase in the electric potential, there is an increase in the values of the friction coefficient  $f_{+m}$  for all the studied solutions, which varies within 5–20 % over the entire range of voltage applied to the membrane system. The ratio of the calculated values of the friction coefficients with the experimental data on the change in the concentration of dissolved substances in the diluate chamber showed the adequacy of the presented mathematical model. It has been established that, based on the obtained approximation dependences of the friction coefficients on the applied voltage, it is possible to find the values of the substance flux through the ion-exchange membrane, which are used to predict the kinetic characteristics and calculate electromembrane installations.

## References

1. Lepesh G.V., Panasyuk A.S., Churilin A.S. [Modern methods of wastewater treatment of industrial enterprises], *Tekhniko-tekhnologicheskiye problemy servisa* [Technical and technological problems of service], 2016, no. 3 (37), pp. 14-23. (In Russ., abstract in Eng.)
2. Kozlova Ye.B., Amineva E.S., Nafikova E.V. [Analysis of the problem of wastewater treatment from heavy metal ions], *Nauchnyy elektronnyy zhurnal Meridian* [Scientific electronic journal Meridian], 2020, no. 8 (42), pp. 369-371. (In Russ., abstract in Eng.)
3. Melekhin A.A. [The problem of wastewater treatment of industrial enterprises and the way to solve], *Yestestvennyye i tekhnicheskiye nauki* [Natural and technical sciences], 2021, no. 1 (152), pp. 164-166. (In Russ., abstract in Eng.)
4. Levin A.A., Abonosimov O.A., Lazarev S.I., Kovaleva O.A., Khorokhorina I.V., Kuznetsov M.A. Some Kinetic Dependence of Electrohyperfiltration Method of Purification of Wastewater from Iron Ions, *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2018, vol. 24, no. 2, pp. 295-306, doi: 10.17277/vestnik.2018.02.pp.295-306 (In Eng., abstract in Russ.)
5. Abonosimov O.A., Lazarev S.I., Zarapina I.V., Kotenev S.I., Ignatov N.N. [Criteria dependences of the process of mass transfer of electrobaromembrane separation of process solutions from heavy metals], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2019, vol. 25, no. 3, pp. 442-452, doi: 10.17277/vestnik.2019.03.pp.442-452 (In Russ., abstract in Eng.)
6. Shestakov K.V., Lazarev S.I., Khokhlov P.A., Polyanskiy K.K. [Forecasting the process of electrochemical baromembrane separation of industrial solutions based on frictional theory], *Teoreticheskiye osnovy khimicheskoy tekhnologii* [Theoretical foundations of chemical technology], 2021, vol. 55, no. 6, pp. 754-763, doi: 10.31857/S0040357121050110 (In Russ., abstract in Eng.)



### **Berechnung und Vorhersage der kinetischen Parameter des Massentransfers durch Ionenaustauschmembranen auf der Grundlage der Reibungstheorie**

**Zusammenfassung:** Es sind Berechnung und Vorhersage der kinetischen Parameter des Prozesses der Trennung von Lösungen unter Verwendung des verbesserten mathematischen Modells durchgeführt, das den Stofftransport durch die Ionenaustauschmembran unter Verwendung von Elektrodialyse beschreibt. Es ist festgestellt, dass mit zunehmendem elektrischen Potential der Reibungskoeffizient  $f_{+m}$  für alle untersuchten Lösungen erhöht wird, der im gesamten Intervall der auf das Membransystem angewendeten Spannung zwischen 5 und 20 % variiert. Das Verhältnis der berechneten Werte der Reibungskoeffizienten zu den experimentellen Daten der Änderung der Konzentration gelöster Substanzen in der Diluatkammer zeigte die Angemessenheit des vorgestellten mathematischen Modells. Es ist festgestellt, dass es auf der Grundlage der erhaltenen Näherungsabhängigkeiten der Reibungskoeffizienten von der angelegten Spannung möglich ist, die Werte des Stoffflusses durch die Ionenaustauschmembran zu finden, die zur Vorhersage der kinetischen Eigenschaften und Berechnung der Elektromembrananlagen verwendet werden.

---

### **Calcul et prévision des paramètres cinétiques du transfert de masse à travers les membranes échangeuses d'ions à la base de la théorie de la friction**

**Résumé:** Sont effectués le calcul et la prédiction des paramètres cinétiques du processus de la séparation des solutions à l'aide d'un modèle mathématique avancé décrivant le transfert de masse par échange d'ions lors de l'application de l'électrodialyse. Il est établi qu'avec l'augmentation du potentiel électrique, les valeurs du coefficient de friction  $f_{+m}$  pour toutes les solutions étudiées augmentent, ce qui varie de 5 à 20 % sur toute la plage de tension appliquée au système membranaire. Le rapport entre les coefficients de friction calculés et les données expérimentales sur les concentrations de solutés dans la chambre de diluat a montré que le modèle présenté est adéquat. Est établi que, selon les dépendances approximatives des coefficients de friction sur la contrainte appliquée, il est possible de trouver les valeurs du flux de matière à travers la membrane échangeuse d'ions, utilisées pour prédire les caractéristiques cinétiques et calculer les installations électromembranaires.

---

**Автор:** *Шестаков Константин Валерьевич* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика и инженерная графика», ФГБОУ ВО «ТГТУ», Тамбов, Россия.